**Geometria Espacial, Cone**

**O conceito de cone**



Considere uma região plana limitada por uma curva suave (sem quinas), fechada e um ponto P fora desse plano. Chamamos de cone ao sólido formado pela reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em P e a outra num ponto qualquer da região.
 **Elementos do cone**



* **Base**: A base do cone é a região plana contida no interior da curva, inclusive a própria curva.
* **Vértice**: O vértice do cone é o ponto P.
* **Eixo**: Quando a base do cone é uma região que possui centro, o eixo é o segmento de reta que passa pelo vértice P e pelo centro da base.
* **Geratriz**: Qualquer segmento que tenha uma extremidade no vértice do cone e a outra na curva que envolve a base.
* **Altura**: Distância do vértice do cone ao plano da base.
* **Superfície lateral**: A superfície lateral do cone é a reunião de todos os segmentos de reta que tem uma extremidade em P e a outra na curva que envolve a base.
* **Superfície do cone**: A superfície do cone é a reunião da superfície lateral com a base do cone que é o círculo.
* **Seção meridiana**: A seção meridiana de um cone é uma região triangular obtida pela interseção do cone com um plano que contem o eixo do mesmo.

**Classificação do cone**

Quando observamos a posição relativa do eixo em relação à base, os cones podem ser classificados como retos ou oblíquos. Um cone é dito **reto** quando o eixo é perpendicular ao plano da base e é **oblíquo**quando não é um cone reto. Ao lado apresentamos um cone oblíquo.

**Observação**: Para efeito de aplicações, os cones mais importantes são os cones retos. Em função das bases, os cones recebem nomes especiais. Por exemplo, um cone é dito circular se a base é um círculo e é dito elíptico se a base é uma região elíptica.

**Observações sobre um cone circular reto**

1.  Um cone circular reto é chamado **cone de revolução**por ser obtido pela rotação (revolução) de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos

2.  A seção meridiana do cone circular reto é a interseção do cone com um plano que contem o eixo do cone. No caso acima, a seção meridiana é a região triangular limitada pelo triângulo isósceles VAB.

3.  Em um cone circular reto, todas as geratrizes são congruentes entre si. Se g é a medida de cada geratriz então, pelo Teorema de Pitágoras, temos:

**g2 = h2 + R2**

4.  A **Área Lateral** de um cone circular reto pode ser obtida em função de g (medida da geratriz) e R (raio da base do cone):


**ALat = Pi R g**

5.  A **Área total** de um cone circular reto pode ser obtida em função de g (medida da geratriz) e R (raio da base do cone):

**ATotal = Pi R g + Pi R2**

**Cones Equiláteros**

Um cone circular reto é um cone equilátero se a sua seção meridiana é uma região triangular equilátera e neste caso a medida da geratriz é igual à medida do diâmetro da base.
A área da base do cone é dada por:

**ABase=Pi R2**

Pelo Teorema de Pitágoras temos:

(2R)2 = h2 + R2
h2 = 4R2 - R2 = 3R2

Assim:

**h = R **

Como o volume do cone é obtido por 1/3 do produto da área da base pela altura, então:

**V = (1/3) Pi R3**

Como a área lateral pode ser obtida por:

**ALat = Pi R g = Pi R 2R = 2 Pi R2**

então a área total será dada por:

**ATotal = 3 Pi R2**

**Exercícios resolvidos**

1.  A geratriz de um cone circular reto mede 20 cm e forma um ângulo de 60 graus com o plano da base. Determinar a área lateral, área total e o volume do cone.


sen(60o) = h/20
(1/2)  = h/20
h = 10 R[3] cm
V = (1/3) Abase h
V = (1/3) Pi r2 h
(1/3) Pi 102 10 = (1/3) 1000 Pi cm3


r = 10 cm; g = 20 cm
Alat = Pi r g = Pi 10 20 = 200 Pi cm2
Atotal = Alat + Abase
Atotal = Pi r g + Pi r2 = Pi r (r+g)
Atotal = Pi 10 (10+20) = 300 Pi cm2

2.  A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 2cm e um dos ângulos mede 60 graus. Girando-se o triângulo em torno do cateto menor, obtem-se um cone. Qual é o seu volume?

sen(60o) = R/2
(1/2)  = R/2
R = cm

g2 = h2 + R2
22 = h2 + 3
4 = h2 + 3
h = 1 cm

V = (1/3) Abase h = (1/3) Pi R2 h = (1/3) Pi 3 = Pi cm3

3.  Os catetos de um triângulo retângulo medem *b* e *c* e a sua area mede 2 m2. O cone obtido pela rotação do triângulo em torno do cateto b tem volume 16 Pi m3. Determine o comprimento do cateto *c*.

Como a área do triangulo mede 2 m2, segue que

(1/2) b c = 2

implicando que

b.c=4

V =(1/3) Abase h
16 Pi = (1/3) Pi R2 b
16 Pi = (1/3) Pi c c b
16 = c(4/3)
c = 12 m

4.  As áreas das bases de um cone circular reto e de um prisma quadrangular reto são iguais. O prisma tem altura 12 cm e volume igual ao dobro do volume do cone. Determinar a altura do cone.

hprisma = 12
Abase do prisma = Abase do cone = A
Vprisma = 2 Vcone
A hprisma = 2(A h)/3
12 = 2.h/3
h=18 cm

5. 

Anderson colocou uma casquinha de sorvete dentro de uma lata cilíndrica de mesma base, mesmo raio R e mesma altura h da casquinha. Qual é o volume do espaço (vazio) compreendido entre a lata e a casquinha de sorvete?

V = Vcilindro - Vcone
V = Abase h - (1/3) Abase h
V = Pi R2 h - (1/3) Pi R2 h
V = (2/3) Pi R2 h cm3