**Sistemas Lineares**

Um ***Sistema de Equações Lineares*** é um conjunto ou uma coleção de equações com as quais é possível lidar de uma única vez. ***Sistemas Lineares*** são úteis para todos os campos da matemática aplicada, em particular, quando se trata de modelar e resolver numericamente problemas de diversas áreas. Nas engenharias, na física, na biologia, na química e na economia, por exemplo, é muito comum a modelagem de situações por meio de sistemas lineares.

De maneira geral, um ***Sistema de Equações Lineares*** pode ser definido como um conjunto de ***m***equações, sendo ***m*** ≥ 1, com ***n*** incógnitas x1, x2, x3, … xn, de forma que:

a11x1 + a12x2 + … + a1nxn = b1

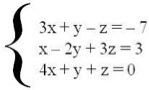
a21x1 + a22x2 + … + a2nxn = b2

…

am1x1 + am2x2 + … + amnxn = bm

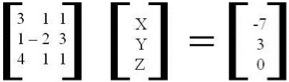
Sendo que: a1, …, an e b são números reais. Os números aij são os ***coeficientes angulares*** e bi é o ***termo independente*** e quando este é nulo a equação linear é chamada ***homogênea***.

Exemplo:



O sistema linear acima possui três equações, três incógnitas (***x, y, z***) e os termos independentes, que são – 7, 3 e 0. Além disso, no sistema acima há uma ***equação homogênea*** (4x + y + z = 0).

Um sistema linear também pode ser escrito em ***forma matricial***. A seguir, a função apresentada no exemplo anterior será exposta em forma de matriz:

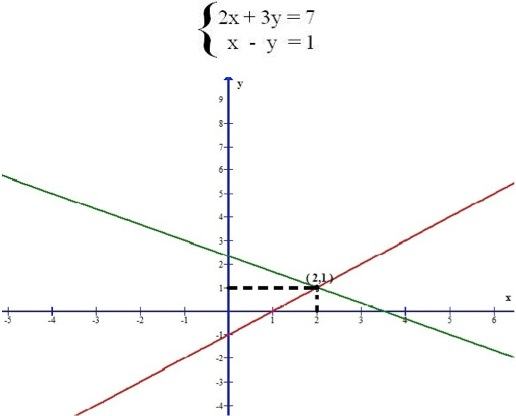


Percebe-se que a forma matricial de um sistema linear é igual ao produto matricial entre a *matriz formada pelos****coeficientes angulares*** e a *matriz formada pelas****incógnitas***, cujo resultado é a *matriz formada pelos****termos independentes***.

**Solução de um Sistema Linear**

A solução de um sistema linear é um conjunto de valores que satisfaz ao mesmo tempo todas as equações de um sistema linear, ou seja, a ênupla ordenada (sequência ordenada de ***n*** elementos) é solução de um sistema linear***S,*** se for solução de todas as equações de ***S.***

Exemplo:



Os valores que satisfazem as duas equações são x = 2 e y = 1, logo, a solução do sistema é o par ordenado (2,1), como mostra a representação gráfica do sistema linear apresentado como exemplo.

Quando um ocorre um ***Sistema Linear Homogênio***, aquele que possui todas as equações com termos independentes nulos, ele admite uma solução nula (0, 0, … , 0) chamada de ***solução trivial.*** Mas, um sistema linear homogênio pode ter outras soluções além da trivial.



O sistema linear acima é homogêneo, portanto, *a priori,*já temos a solução trivial dada pelo conjunto (0, 0, 0). Contudo, também se admite como solução desse sistema o conjunto (0, 1, – 1).

A partir de agora, serão apresentados dois métodos para a obtenção do conjunto verdade de um sistema: a ***Regra de Cramer***e o ***Escalonamento***.

**Regra de Cramer**

É aplicável na resolução de um sistema n x n incógnitas, no qual o ***determinante***diferente de zero (D ≠ 0). Ou seja: (x1= D1/ D, x2 = D2/ D, … , xn =Dn/ D). Sendo que, ao considerar o sistema:

Regra de cramer

Percebe-se que os coeficientes**a1** e **a2**se relacionam com a incógnita ***x***, enquanto **b1**e **b2** e se relacionam com a incógnita ***y***. Agora, a partir da matriz incompleta:



É possível obter o determinante (**D**) desta matriz e substituindo os coeficientes de ***x*** e ***y*** que o compõe pelos ***termos independentes*** **c1**e **c2**é possível encontrar os determinantes **Dx** e **Dy** para que se aplique a ***Regra de Cramer.*** Abaixo estão os referidos determinantes:

Determinantes da regra de cramerExemplo:

Exemplo da regra de cramer

Então: x = Dx/D = -10/-5 = 2 e y = Dy/D = -5/-5 = 1, portanto, como foi mostrado anteriormente, inclusive graficamente, o par ordenado (2,1) é o resultado do sistema linear acima.

**Escalonamento**

Um sistema está ***escalonado*** quando de equação para equação, no sentido de cima para baixo, houver aumento dos coeficientes nulos situados antes dos coeficientes não nulos. Exemplo:

Escalonamento

O sistema acima está escalonado e substituindo as incógnitas das equações pelos seus respectivos é possível encontrarmos o conjunto solução (1,1,1).

Para escalonar um sistema é necessário que se coloque como primeira equação aquela que tenha o coeficiente de valor 1 na primeira incógnita. Caso não haja nenhuma equação assim, será necessário dividir membro a membro aquela que está como primeira equação pelo coeficiente da primeira incógnita. Nas demais equações, é necessário que se obtenha zero como coeficiente da primeira incógnita, somando cada uma delas com o produto da primeira equação pelo oposto do coeficiente dessa incógnita, até que se possam verificar os valores de cada uma das incógnitas e, por fim, encontrar o conjunto solução.