# **Logica proporcional**

**Introdução**   
Depois de termos algumas noções fundamentais da chamada lógica aristotélica, ou seja, clássica, que é totalmente formal e demonstrativa, isto é, silogística, passemos então passemos ao estudo da lógica moderna, que, além de ser formal, é sistematicamente simbólica. Dito de outra forma, a lógica moderna,  
Em lógica e matemática, uma lógica proposicional (ou cálculo sentencial) é um sistema formal no qual as fórmulas representam proposições que podem ser formadas pela combinação de proposições atómicas usando conectivos lógicos e um sistema de regras de derivação, que permite que certas fórmulas sejam estabelecidas como "teoremas" do sistema formal.   
O presente trabalho pretende-se desenvolver mais a lógica proporciol isto é, nas operações da lógica nos modos disjuntivos, inclusivo e exclusivo, nos seus modos condicionais e Bicondicional e na sua tabela da verdade.  
O que segue define um cálculo proposicional padrão. Existem muitas formulações diferentes as quais são todas mais ou menos equivalentes mas que diferem nos detalhes:  
De sua linguagem, que é a colecção particular de símbolos primitivos eoperadores,  
Do conjunto de axiomas, ou fórmulas distinguidas, e  
Do conjunto de regras de inferência.  
  
  
**Lógica proporcional**   
Depois de termos algumas noções fundamentais da chamada lógica aristotélica, ou seja, clássica, que é totalmente formal e demonstrativa, isto é, silogística, passemos então passemos ao estudo da lógica moderna, que, além de ser formal, é sistematicamente simbólica. Dito de outra forma, a lógica moderna, ou seja, lógica ou inferência proposicional, recorre a uma linguagem simbólica para poder traduzir as proposições e as suas relações, evitando, desta forma, ambiguidades que resultam do uso que se faz da linguagem natural.   
Em lógica e matemática, uma lógica proposicional (ou cálculo sentencial) é um sistema formal no qual as fórmulas representam proposições que podem ser formadas pela combinação de proposições atómicas usando conectivos lógicos e um sistema de regras de derivação, que permite que certas fórmulas sejam estabelecidas como "teoremas" do sistema formal.  
Em termos gerais, um cálculo é frequentemente apresentado como um sistema formal que consiste em um conjunto de expressões sintácticas (fórmulas bem formadas, ou fbfs), um subconjunto distinto dessas expressões, e um conjunto de regras formais que define uma relação binária específica, que sepretende interpretar como a noção de equivalência lógica, no espaço das expressões.  
Quando o sistema formal tem o propósito de ser um sistema lógico, as expressões devem ser interpretadas como asserções matemáticas, e as regras, conhecidas como regras de inferência, normalmente são preservadoras da verdade. Nessa configuração, as regras (que podem incluir axiomas) podem então ser usadas para derivar "inferir" fórmulas representando asserções verdadeiras.  
O conjunto de axiomas pode ser vazio, um conjunto finito não vazio, um conjunto finito enumerável, ou pode ser dado por axiomas esquemáticos. Uma gramática formal define recursivamente as expressões e fórmulas bem formadas (fbfs) da linguagem. Além disso, pode se apresentar uma semântica para definir verdade e valorações (ou interpretações).  
A linguagem de um cálculo proposicional consiste em:  
Um conjunto de símbolos primitivos, definidos como fórmulas atómicas, proposições atómicas, ou variáveis, e  
Um conjunto de operadores, interpretados como operadores lógicos ou conectivos lógicos.  
Uma fórmula bem formada (fbfs) é qualquer fórmula atómica ou qualquer fórmula que pode ser construída a partir de fórmulas atómicas, usando conectivos de acordo com as regras da gramática. um subconjunto distinto dessas expressões, e um conjunto de regrasformais que define uma relação binária específica, que se pretende interpretar como a noção de equivalência lógica, no espaço das expressões.  
  
O que segue define um cálculo proposicional padrão. Existem muitas formulações diferentes as quais são todas mais ou menos equivalentes mas que diferem nos detalhes:  
De sua linguagem, que é a colecção particular de símbolos primitivos e operadores,  
Do conjunto de axiomas, ou fórmulas distinguidas, e  
Do conjunto de regras de inferência.  
  
As variáveis – que são as letras do nosso alfabeto, com que representaremos as proposições simples ou seja atómicas. As variáveis (que são em numero indefinido) representam, portanto, qualquer enunciado. Por isso, são também denominadas como sendo letras enunciativas: p, q, r, s, t, p', r', s', etc.   
  
As conectivas ou operadores lógicos – (como verás de seguida), que são em número de cinco: ~, , , ou , ou .  
  
Os parênteses (curvos os rectos) e as chavetas: {,[,(),],}.os parênteses e as chavetas funcionam como sinais de pontuação nas proposições complexas, tal como a vírgula e os pontos. A ordem da sua utilização é a mesma que a da aritmética elementar: primeiro, os parênteses curvos (mais para o interior), de seguida os parênteses rectos e, por fim, as chavetas. Por isso, eles indicam quando é que uma proposiçãosimples termina e quando é que a outra começa.   
  
Os valores lógicos das proposições: diz-se que a proposição p é verdadeira ou falsa quando o seu enunciado é verdadeiro ou falso. E toda a proposição pode assumir um único valor lógico, sendo verdadeira ou falsa. Estes valores podem ser abreviados pelas letras V, verdadeiro (ou 1) e F, falso (0).   
Proposições simples e proposições complexas   
As proposições são frases do tipo declarativo às quais se associam os valores lógicos (verdadeiro ou falso).  
As proposições podem ser de dois tipos: simples ou atómicas: complexas ou moleculares.  
Simples ou atómicas – quando se trata de proposições que não se podem decompor noutras proposições, dai que o seu valor lógico depende unicamente do confronto com os factos de que enunciam.   
Por exemplo: «Os moçambicanos são africanos»   
  
Complexas ou moleculares – quando se trata de proposições decomponíveis noutras proposições consideradas mais simples, ou seja, proposições simples que, ligadas por partículas que se chamam conectores, formam uma só proposição complexa.   
Por exemplo: «Lurdes Mutola foi campeã olímpica dos 800 m ou cantora e dançarina.»   
  
Esta proposição é composta pelas seguintes proposições moleculares ou simples:   
«Lurdes Mutola foi campeã olímpica dos 800 m. »   
«Lurdes Mutola foicantora.»   
«Lurdes Mutola foi dançarina.»   
  
**Conectivas lógicas ou operadores lógicos**   
As Conectivas lógicas ou operadores lógicos são partículas que designam as diferentes operações lógicas. À semelhança da aritmética elementar, em que os símbolos «+», «-», «X» e «» designam diferentes operações aritméticas, isto é, operações sobre números, as partículas «e», «ou», se… então …» e outras designam diferentes operações sobre valores de verdade.   
  
**Operações da Lógica**   
Operador lógico, assim como um operador aritmético, é uma classe de operação sobre variáveis ou elementos pré-definidos.   
AND, NAND, OR, XOR e NOT são os principais operadores lógicos, base para a construção de sistemas digitais e da Lógica proposicional, e também muito usado em linguagem de programação. Os operadores AND, NAND, OR e XOR são operadores binários, ou seja, necessitam de dois elementos, enquanto o NOT é unário. Na computação, esses elementos são normalmente variáveis binárias, cujos possíveis valores atribuídos são 0 ou 1. Porém, a lógica empregada para essas variáveis serve também para sentenças (frases) da linguagem humana, onde se esta for verdade corresponde ao valor 1, e se for falsa corresponde ao valor 0.  
  
**Tabela de verdade**  
Conjunção ( Ë„ )   
Chama – se de conjunção à uma conclusão lógica verdadeiraquando as duas premissas são verdadeiras. Nos demais casos, retornam – se resultados falsos. Genericamente, chama-se proposições as letras p e q. Sendo assim, se p e q são proposições, p ^ q representa a conjunção entre as duas proposições. Assim, têm – se os seguintes resultados possíveis:   
A conjunção entre duas fórmulas só é verdadeira quando ambas são verdadeiras. O saber:  
Tabela 1 – Tabela Verdade - Conjunções  
p  
q  
p ^ q  
V  
V  
V  
V  
F  
F  
F  
V  
F  
F  
F  
F  
  
**Exemplo de conjunção:**  
‘Mussa foi à uma loja e pediu para ver camisas azuis e branca’. Neste exemplo, caso o e no termo “pretas e brancas” tiver sentido conjuntivo, podemos inferir que ao chegar à loja, Mussa queria ver camisas que teriam em sua estampa as cores azuis e branca frisadas ou dispostas de alguma outra forma.  
Disjunção ( Ë… )  
A disjunção de duas proposições p e q retorna um valor lógico verdadeiro quando, pelo menos uma das duas premissas, for verdadeira. Quando ambas são falsas, o valor lógico atribuído à disjunção será falso.  
Com isso, tem – se a seguinte tabela verdade:  
Tabela 2 – Tabela Verdade - Disjunções  
  
**Exemplo de disjunção:**  
‘O Vilanculos é moçambicano ou russo’. Esta expressão pode ser entendida de duas maneiras: o sentido, se for exclusivo, significa Vilanculos tanto pode ser moçambicano russo, masnão possui as duas nacionalidades. Caso contrário, em se tratando do sentido inclusivo, Vilanculos pode ser moçambicano, russo, ou ter as duas nacionalidades.   
Disjunção Exclusiva (v )  
Neste caso, retorna – se um valor lógico verdadeiro somente quando uma das duas é verdadeira. O fato de ambas (p e q) serem verdadeiras, o valor lógico da Disjunção Exclusiva retornará um valor falso. A tabela verdade, neste caso, tem o seguinte padrão:  
  
Tabela 3 – Tabela Verdade – Disjunções Exclusivas  
  
**Exemplo de Disjunção Exclusiva:**   
‘Jamal ou é filho de Claúdimiro ou é filho de Mussa’. A disjunção é exclusiva por que Jamal não pode ser filho de ambos simultaneamente. Caso seja filho de um, não o será do outro.  
Condicional (→)  
A condicional retorna um valor lógico falso quando p é verdadeiro e q for falso quando p e q estão dispostos na seguinte ordem: p → q (se p então q). p é o termo antecedente e q o consequente. O símbolo → chama – se implicação. Para este caso, tem – se a seguinte tabela verdade:   
  
Tabela 4 – Tabela Verdade – Condicionais  
  
**Interpretação:** "" pode ser interpretada como "Se então ", " implica ", "Se a proposição ' ' é verdade, então a proposição ' ' também é verdade", "A partir de '' inferimos '' ", " satisfaz ", " é condição suficiente de ".  
Assim, se, em umalinguagem significa "O botão vermelho foi apertado" e significa "O lugar inteiro explode", pode ser interpretada como "Se o botão vermelho foi apertado, então o lugar inteiro explode", mas se o botão vermelho for apertado (verdade de ) e o lugar inteiro não explodir, este resultado é falso (falsidade de ):  
A interpretação da implicação é uma das mais complicadas. Talvez você tenha estranhado que a implicação seja verdadeira quando o antecedente é falso. Ou ainda, você poderia objectar "mas e se o botão for apertado, o lugar explodir, mas uma coisa não tiver nada a ver com a outra?".  
Basicamente, o que se deve observar é que "O botão vermelho ser apertado" é condição suficiente para se deduzir que "O lugar inteiro explodiu", isto é, quando o botão é apertado, o lugar deve explodir. Se o botão for apertado e o lugar não explodir, algo está errado, ou seja, não implica Quando temos na linguagem natural uma proposição que afirma que a partir de um evento (P), o outro (Q) segue inexoravelmente e de fato isto acontece (por exemplo: "Se você sair na chuva sem guarda-chuva ou capa de chuva, então você vai se molhar" ou "Se todo número par é divisível por 2, então nenhum número par maior que 2 é primo"), podemos seguramente formalizar estas proposições por meio da implicação.  
No caso contrário, o evento ouproposição anterior (P), de fato, não é condição suficiente, então interpretar em linguagem natural pode ser mais difícil, pois facilmente se confunde com a bi-implicação. Deve-se ter em mente que P deve ser condição suficiente para que se tenha Q, mas não se pode afirmar nada sobre P a partir de Q. Se P é verdadeiro (V), então Q tem de ser verdadeiro! Ora, se com P verdadeiro (V), Q não for verdadeiro (F), então a implicação é falsa (F)! Por outro lado, no caso de P ser falsa (F), então não há a condição suficiente, mas podem existir outras "causas" para que Q seja verdadeira (V) ou falsa (F). Por isso, se P é falsa (F), então "tanto faz" se Q é verdadeira ou falsa, que a condição de suficiência de P não é invalidada.  
ca ( é falso).  
  
Bicondicional (↔)  
A Bicondicional retorna um valor lógico verdadeiro quando p e q são verdadeiros ou quando p e q forem falsos.  Nos demais casos, têm – se valores lógicos falsos. A seguinte tabela verdade, para este caso, é a seguinte:  
Tabela 5 – Tabela Verdade – Bicondicionais  
  
  
  
  
Interpretação: " p ↔q " Pode ser interpretada como " p se e somente se q ", " p é equivalente a q ", " p e q Possuem o mesmo valor de verdade".  
Assim, se Significa "O número natural é divisível por cinco" e significa "'O último algarismo do número natural é zero ou cinco",pode ser interpretada como "O número natural é divisível por 5 se, e somente se, o seu último algarismo é zero ou cinco". Basta que uma das proposições ou condições seja falsa para que o enunciado se torne falsa.  
Na linguagem natural o problema está em confundir uma condição necessária como sendo a única possibilidade para se chegar ao resultado verdadeiro. Por exemplo, alguém pode estar chorando por tristeza, mas também porque está a descascar cebola. Para que haja a equivalência o raciocínio deve ser verdadeiro nos dois sentidos.  
Exemplo 1. Sistema axiomático simples  
Seja onde são definidos como:  
O conjunto é um conjunto finito de símbolos que é grande o suficiente para suprir as necessidades de uma dada discussão, por exemplo:  
  
Entre os 3 conectivos para conjunção, disjunção e implicação (⊥, ⊦, e →), um pode ser tomado como primitivo e os outros dois podem ser definidos em termos deste e da negação (¬). Certamente, todos os conectivos lógicos podem ser definidos em termos de um único operador. O Bicondicional (↔) pode, é claro, ser definido em termos de conjunção e implicação com a ↔ b sendo definido como (a → b) ⊥ (b → a).  
Adoptando negação e implicação como as duas operações primitivas de um cálculo proposicional é equivalente a ter o conjunto ómega particionado em:  
  
Um sistemaaxiomático descoberto por Jan Tukasiewicz formula um cálculo proposicional na linguagem a seguir. Os axiomas em são todos instâncias de substituição de:  
  
A regra de inferência em é modos ponens (isto é, de p e (p → q), infere-se q). Então a ⊦ b é definido como ¬a → b, a ⊥ b é definido.   
Negação (~)  
Chama – se negação a proposição representada por ‘não p’ que apresenta valor lógico verdadeiro quando p é falsa e valor lógico falso quando p é verdadeira.  
  
**Conclusão**   
Ao longo do trabalho de carácter avaliativo conclui-mos que. Em lógica e matemática, uma lógica proposicional (ou cálculo sentencial) é um sistema formal no qual as fórmulas representam proposições que podem ser formadas pela combinação de proposições atómicas usando conectivos lógicos e um sistema de regras de derivação, que permite que certas fórmulas sejam estabelecidas como "teoremas" do sistema formal.